展開と分配法則はどう違うの？

(多項式)×(多項式)，(単項式)×(多項式) を多項式に直すことが展開です。展開公式を使うと計算が簡略になります。展開公式を導入する際，多項式を文字に置き換える場面でつまずきが現れます。そこには，多項式を１つのかたまりとみる式の見方の大変革が存在します。

縦，横の長さが，それぞれ $a+b$，$c+d$ の長方形があります。この長方形の面積を表す式を，いろいろつくってみましょう。

この問題で起こるつまずき

1 展開と分配法則はどう違うの？

式 $(a+b)(c+d)$ で，$c+d=M$ とおくと，分配法則を使ってかっこをはずせます。

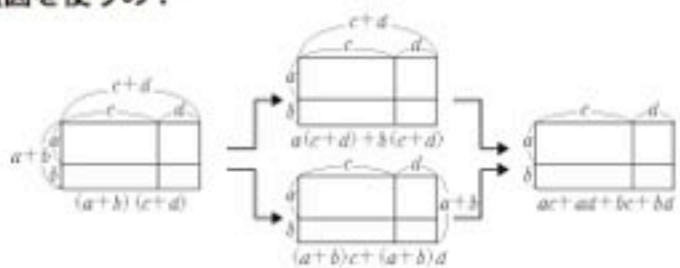
$$\begin{aligned}(a+b)(c+d) &= (a+b)M \\ &= aM+bM \\ &= a(c+d)+b(c+d) \\ &= ac+ad+bc+bd\end{aligned}$$

分配法則でかっこをはずす。

分配法則でかっこをはずす。

解説は口頭でなされるため，ともすれば，なぜ $c+d$ を文字 M で表すのか見失います。多項式を分配することに抵抗を感じ，$ac+bc+d$ とする誤答や，$(a+b)(c+d)=a(c+d)+b(c+d)$ を分配法則ではないと考える生徒がいます。式をかたまりとみるために M とおくわけです。

2 なんで面積図を使うの？



面積図からは４通りの式が導けます。一見わかりやすい説明ですが，視覚的な説明と文字式の計算が対照できない生徒にとって，読み替え自体が学習課題です。

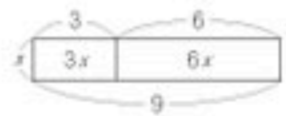
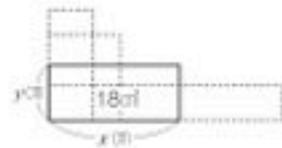
関連する既習事項

1 多項式を「かたまり」とみる見方（中１～２）

式は計算の結果です。式を「かたまり」とみることは以下のように既習です。

文字と式（１年）	連立方程式（代入法　２年）
$A=2x-5$，$B=-x+3$ として，$3A-2B$ を計算しなさい。 $3A-2B=3(2x-5)-2(-x+3)$ $=6x-15+2x-6$ $=8x-21$	$\begin{cases} y=x+6 & \cdots ① \\ x+y=20 & \cdots ② \end{cases}$ ①を②に代入 $x+(x+6)=20$ $2x=14$ $x=7$，$y=13$

2 面積図による解法（中１）

文字と式	反比例
同類項を１つの項にまとめることの説明で，以下のように面積図を使います。 	面積が18cm²の長方形の横の長さを x cm 縦の長さを y cmとするときの x と y の関係は？ 

指導のポイント

1 分配法則と展開の違い

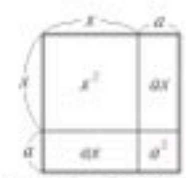
分配法則 $a(b+c)=ab+ac$ は両方向でみることができます。展開公式を学ぶことで，分配法則を飛ばした計算も行えるようになり，式を形で判断することも始まります。

$$(a+b)(c+d) \underset{因数分解}{\overset{展開}{\rightleftarrows}} ac+ad+bc+bd$$

2 乗法・除法の規則

面積図を使えば，分配法則によらずに展開公式を説明できます。面積図では，多項式をかたまりとみることなく式の展開を説明できます。例えば，$(x+a)^2=x^2+a^2$ とする誤答は，面積図であれば，容易に誤りを認めることができます。

（岡野見生）



$(x+a)^2=x^2+2ax+a^2$